



Matematika SMA/MA IPA

PEMBAHASAN UJIAN NASIONAL

TAHUN PELAJARAN 2013/2014

Paket Soal 1

SMA/MA
PROGRAM STUDI
IPA

MATEMATIKA
Selasa, 15 April 2014 (07.30 – 09.30)

Oleh:

Pak Anang

<http://pak-anang.blogspot.com>



PUSPENDIK
BALITBANG

BSNP
Badan Standar Nasional Pendidikan

KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN

MATA PELAJARAN

Mata Pelajaran : Matematika
 Jenjang : SMA/MA
 Program Studi : IPA

WAKTU PELAKSANAAN

Hari/Tanggal : Selasa, 15 April 2014
 Jam : 07.30 – 09.30

PETUNJUK UMUM

- Periksalah Naskah Soal yang Anda terima sebelum mengerjakan soal yang meliputi :
 - Kelengkapan jumlah halaman atau urutannya.
 - Kelengkapan dan urutan nomor soal.
 - Kesesuaian Nama Mata Uji dan Program Studi yang tertera pada kanan atas Naskah Soal dengan Lembar Jawaban Ujian Nasional (LJUN).
 - Pastikan LJUN masih menyatu dengan naskah soal.
- Laporkan kepada pengawas ruang ujian apabila terdapat lembar soal, nomor soal yang tidak lengkap atau tidak urut, serta LJUN yang rusak atau robek untuk mendapat gantinya.
- Tulislah Nama dan Nomor Peserta Ujian Anda pada kolom yang disediakan di halaman pertama butir soal.
- Isilah pada LJUN Anda dengan:
 - Nama Peserta pada kotak yang disediakan, lalu hitamkan bulatan di bawahnya sesuai dengan huruf di atasnya.
 - Nomor Peserta dan Tanggal Lahir pada kolom yang disediakan, lalu hitamkan bulatan di bawahnya sesuai huruf/angka di atasnya
 - Nama Sekolah, Tanggal Ujian, dan bubuhkan Tanda Tangan Anda pada kotak yang disediakan.
- Pisahkan LJUN dari Naskah Soal secara hati-hati.
- Tersedia waktu 120 menit untuk mengerjakan Naskah Soal tersebut.
- Jumlah soal sebanyak 40 butir, pada setiap butir soal terdapat 5 (lima) pilihan jawaban.
- Tidak diizinkan menggunakan kalkulator, HP, tabel matematika atau alat bantu hitung lainnya.
- Periksalah pekerjaan Anda sebelum diserahkan kepada pengawas ruang ujian.
- Lembar soal dan halaman kosong boleh dicoret-coret, sedangkan LJUN tidak boleh dicoret-coret.

SELAMAT MENGERJAKAN

Kerjakan dengan jujur, karena kejujuran adalah cermin kepribadian.

Nama : **Pak Anang**
No Peserta : <http://pak-anang.blogspot.com>

LOGIKA PRAKTIS: 1. Bentuk sederhana dari $\frac{12}{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}$ adalah ...

Gunakan perkiraan untuk mengecek jawaban benar!
 $\sqrt{2} \approx 1,4$ dan $\sqrt{3} \approx 1,7$

$$\frac{12}{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}} \approx \frac{12}{4,2 - 3,4} \approx 15$$

Jawaban D, E nggak mungkin deh!
18 sudah lebih dari 15.

Jawaban A terlalu kecil!!!
Tersisa jawaban B dan C!

$$6(1,4) + 4(1,7) \approx 8,4 + 6,8 \approx 15$$

Jadi jawaban yang benar pasti C!

LOGIKA PRAKTIS:
Ingin sifat-sifat eksponen:

$$a^{-1} = \frac{1}{a} \Rightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \left(\frac{b}{a}\right)$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Sekarang fokuslah pada a dan c !!!!

- Pangkat a besar yang atas, selisihnya 2, seharusnya a^2 di atas, tapi karena ada pangkat -1 , berarti a^2 di bawah.
- Pangkat c besar yang bawah, selisihnya 1 seharusnya c di bawah, karena ada pangkat -1 , berarti c di atas.

Jawaban yang memenuhi hanya jawaban E, jawabannya pasti E!

LOGIKA PRAKTIS: 3. Nilai dari

$$\frac{^3\log \frac{1}{9} + \sqrt{2} \log 9 \cdot ^3\log 16}{^2\log 10 - ^2\log 5} = \dots$$

Ingin sifat-sifat logaritma:
 $a \log b^n = n \cdot a \log b$
 $a^n \log b = \frac{1}{n} \cdot a \log b$
 $a \log b \cdot b \log c = a \log c$
 $a \log b - a \log c = a \log \left(\frac{b}{c}\right)$

LOGIKA PRAKTIS: 4. Himpunan penyelesaian dari $3^{2x} - 6 \cdot 3^x < 27$ adalah

Cek hasil pertidaksamaan menggunakan nilai x yang paling gampang, yaitu $x = 0$.
 $3^0 - 6 \cdot 3^0 < 27 \Rightarrow -5 < 27$
Untuk $x = 0$ pertidaksamaan bernilai benar! Jadi jawaban harus memuat bilangan nol!

Hanya jawaban C yang benar!

LOGIKA PRAKTIS:

Misal Persamaan Kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ memiliki akar-akar yaitu α dan β .

Apabila $\alpha = n\beta$, maka berlaku $nb^2 = (n+1)^2ac$

LOGIKA PRAKTIS:

2. Bentuk sederhana dari $\left(\frac{a^3 b^{-2} c}{a b^{-4} c^2}\right)^{-1} = \dots$

- A. $a^2 b^3 c$
B. $a^2 b^2 c$
C. $\frac{b^2 c^2}{a^2}$
D. $\frac{b}{a^2 c}$
E. $\frac{c}{a^2 b^2}$

Cara Biasa: (Rasionalisasi Bentuk Akar)

$$\begin{aligned} \frac{12}{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}} &= \frac{12}{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}} \times \frac{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} \\ &= \frac{12(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})}{18 - 12} \\ &= \frac{12}{6}(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}) \\ &= 2(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}) \\ &= 6\sqrt{2} + 4\sqrt{3} \end{aligned}$$

Cara Biasa: (Bentuk Pangkat)

$$\begin{aligned} \left(\frac{a^3 b^{-2} c}{a b^{-4} c^2}\right)^{-1} &= \frac{a b^{-4} c^2}{a^3 b^{-2} c} \\ &= a^{1-3} b^{-4-(-2)} c^{2-1} \\ &= a^{-2} b^{-2} c \\ &= \frac{c}{a^2 b^2} \end{aligned}$$

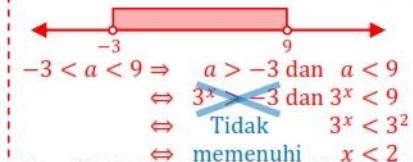
Cara Biasa: (Logaritma)

$$\begin{aligned} \frac{^3\log \frac{1}{9} + \sqrt{2} \log 9 \cdot ^3\log 16}{^2\log 10 - ^2\log 5} &= \frac{^3\log 3^{-2} + ^2\log 3^2 \cdot ^3\log 2^4}{^2\log \left(\frac{10}{5}\right)} \\ &= \frac{-2 + \frac{2}{2} \cdot 4 \cdot 2 \log 3 \cdot 3 \log 2}{^2\log 2} \\ &= \frac{-2 + 16}{1} \\ &= 14 \end{aligned}$$

Cara Biasa: (Pertidaksamaan Eksponen)

- A. $\{x | x < -3, x \in \mathbb{R}\}$
B. $\{x | x < -2, x \in \mathbb{R}\}$
C. $\{x | x < 2, x \in \mathbb{R}\}$
D. $\{x | x > 2, x \in \mathbb{R}\}$
E. $\{x | x > 3, x \in \mathbb{R}\}$

Nilai a yang memenuhi pertidaksamaan tersebut bisa dilihat pada garis bilangan:



$-3 < a < 9 \Rightarrow a > -3$ dan $a < 9$

$\Leftrightarrow 3 < -3$ dan $3 < 9$

\Leftrightarrow Tidak memenuhi $3^x < 3^2$

\Leftrightarrow memenuhi $x < 2$

5. Akar-akar persamaan $x^2 + (p+1)x - 18 = 0$ adalah α dan β . Jika $\alpha + 2\beta = 0$ dan $p \geq 0$,

nilai $p = \dots$

- A. 0
B. 1
C. 2
D. 3
E. 4

TRIK SUPERKILAT: (Persamaan Kuadrat (PK))

- PK: $x^2 + (p-1)x - 18 = 0$
 $\Rightarrow a = 1; b = (p-1); c = -18$
Sifat perbandingan akar-akar PK adalah $\alpha + 2\beta = 0 \Rightarrow \alpha = -2\beta$
Dari sifat perbandingan $\alpha = -2\beta$, dapat diperoleh nilai $n = 2$.

$$nb^2 = (n+1)^2 ac$$

$$\Leftrightarrow (-2)(p-1)^2 = (-1)^2(1)(-18)$$

$$\Leftrightarrow (-2)(p-1)^2 = -18$$

$$\Leftrightarrow (p-1)^2 = 9$$

$$\Leftrightarrow (p-1) = \pm 3$$

Sehingga,

$$p = 1 + 3 = 4 \text{ atau } p = 1 - 3 = -2$$

Tidak memenuhi

6. Dina, Ety, dan Feby belanja di toko yang sama. Dina membeli 5 bungkus mie dan 2 kaleng

LOGIKA PRAKTIS: susu kental seharga Rp25.500,00. Ety membeli 10 bungkus mie dan 3 kaleng susu kental
Gunakan metode Determinan Matriks untuk menyelesaikan soal SPL:

$$\begin{aligned} x + y &= \frac{D_x}{D} + \frac{D_y}{D} \\ &= \frac{D_x + D_y}{D} \end{aligned}$$

- A. Rp13.000,00 **Cara Biasa: (Sistem Persamaan Linear)**
 B. Rp12.000,00 $5m + 2s = 25.500 \times 2$ | $10m + 4s = 51.000$
 C. ~~Rp10.500,00~~ $10m + 3s = 42.000 \times 1$ | $10m + 3s = 42.000$
 D. Rp11.000,00 $s = 9.000 \Rightarrow 10m + 3(9.000) = 42.000$
 E. Rp12.500,00 $\Leftrightarrow 10m = 42.000 - 27.000$
 $\Leftrightarrow 10m = 15.000$
 $\Leftrightarrow m = 1.500$

$$\begin{aligned} m + s &= (1.500) + (9.000) \\ &= 10.500 \end{aligned}$$

Jadi, untuk membeli 1 bungkus mie dan 1 kaleng susu kental, maka Feby harus membayar sebesar Rp10.500,00

7. **LOGIKA PRAKTIS:** Persamaan garis singgung pada lingkaran $2x^2 + 2y^2 - 4x + 8y - 8 = 0$ yang sejajar dengan

Bentuk umum garis $5x + 12y - 15 = 0$ adalah

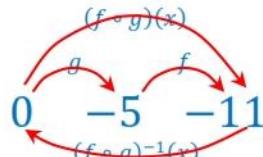
- $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ ~~X~~ A. $5x + 12y - 20 = 0$ dan $5x + 12y + 58 = 0$
 Pusat $(-\frac{1}{2}A, -\frac{1}{2}B)$ dan B. $5x + 12y - 20 = 0$ dan $5x + 12y + 20 = 0$
 $r = \sqrt{(-\frac{1}{2}A)^2 + (-\frac{1}{2}B)^2 - C}$ C. ~~$12x + 5y - 20 = 0$ dan $12x + 5y + 20 = 0$~~
 PGS lingkaran pusat (x_1, y_1) D. ~~$12x + 5y = -20$ dan $5x + 12y = 58$~~
 jari-jari r sejajar $ax + by + c = 0$: E. $5x + 12y = -20$ dan $5x + 12y = 58$

$$ax + by = ax_1 + by_1 + r\sqrt{a^2 + b^2}$$

8. Diketahui fungsi $f(x) = 3x + 4$ dan $g(x) = \frac{4x - 5}{2x + 1}$, $x \neq -\frac{1}{2}$ invers $(f \circ g)(x)$ adalah

LOGIKA PRAKTIS:

Uji fungsi komposisi dengan sebuah nilai yang mudah disubstitusikan, pilih $x = 0$.



Periksalah pilihan jawaban saat $x = -11$ hasilnya nol!!!

Jawaban D saja yang benar!

☺

- A. $(f \circ g)^{-1} = \frac{x - 14}{-2x + 20}$, $x \neq 10$

- B. $(f \circ g)^{-1} = \frac{x - 11}{-2x + 20}$, $x \neq 10$

- C. $(f \circ g)^{-1} = \frac{x - 16}{-2x + 20}$, $x \neq 10$

- D. $(f \circ g)^{-1} = \frac{x + 11}{-2x + 20}$, $x \neq 10$

- E. $(f \circ g)^{-1} = \frac{x + 14}{-2x + 20}$, $x \neq 10$

Cara Biasa:
(Komposisi Fungsi dan Invers Fungsi)
 $(f \circ g)(x) = f(g(x))$

$$\begin{aligned} &= f\left(\frac{4x - 5}{2x + 1}\right) \\ &= 3\left(\frac{4x - 5}{2x + 1}\right) + 4 \\ &= \frac{3(4x - 5) + 4(2x + 1)}{2x + 1} \\ &= \frac{20x - 11}{2x + 1} \end{aligned}$$

$$(f \circ g)^{-1}(x) = \frac{x - 11}{2x - 20} = \frac{-x + 11}{-2x + 20}; x \neq 10$$

TRIK SUPERKILAT:

Perhatikan letak a dan d ditukar dan dikalikan negatif (tanda berubah)

$$f(x) = \frac{ax + b}{cx + d} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-dx + b}{cx - a}$$

$$\therefore f(x) = \frac{1x - 1}{2x + 1} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-1x - 1}{2x - 1}$$

9. Diketahui premis-premis berikut:

LOGIKA PRAKTIS: Premis 1 : Ada siswa yang tidak rajin belajar atau hasil ulangan baik.

Premis 2 : Jika hasil ulangan baik, maka beberapa siswa dapat mengikuti seleksi perguruan tinggi.

Premis 3 : Semua tidak dapat mengikuti seleksi perguruan tinggi.

Modus tollens:

$$\begin{array}{l} p \Rightarrow q \\ q \Rightarrow r \\ \hline \therefore p \Rightarrow r \end{array}$$

Kata "baik" sudah muncul pada premis 1 dan 2, jadi kata "baik" ga mungkin muncul di jawaban!

Jawaban A dan B salah!

Jawabannya ada dua kemungkinan:

- Ada siswa tidak rajin belajar
- Semua siswa rajin belajar

Jawaban C pasti salah!

Tersisa jawaban D atau E! ☺

Kesimpulan yang sah dari ketiga premis tersebut adalah ...

- A. Ada siswa yang hasil ulangan baik.
 B. Ada siswa yang hasil ulangan tidak baik.
 C. Ada siswa yang rajin belajar.
 D. Ada siswa yang tidak rajin belajar.
 E. Semua siswa rajin belajar.

TRIK SUPERKILAT: (Penarikan Kesimpulan)

$$\begin{array}{l} (\exists \text{siswa}, \sim \text{rajin}) \vee \text{baik} \\ \text{baik} \Rightarrow (\exists \text{siswa}, \text{ikut}) \\ \forall \text{siswa}, \sim \text{ikut} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \rightarrow (\forall \text{siswa}, \text{rajin}) \Rightarrow \text{baik} \\ \text{baik} \Rightarrow (\exists \text{siswa}, \text{ikut}) \\ (\forall \text{siswa}, \sim \text{ikut}) \end{array}$$



$$\begin{array}{l} (\forall \text{siswa}, \text{rajin}) \Rightarrow \exists \text{siswa}, \text{ikut} \\ \forall \text{siswa}, \sim \text{ikut} \\ \therefore \exists \text{siswa}, \sim \text{rajin} \end{array}$$

LOGIKA PRAKTIS:
 $(x^2 + 2x - 3)$ bisa
difaktorkan menjadi
 $(x+3)(x-1)$.

$f(x)$ dibagi $(x^2 + 2x - 3)$
sisanya $(3x - 4)$,
artinya $f(1) = -1$.
Jadi nilai $f(x)$ untuk $x = 1$ pada
pilihan jawaban adalah -1 .

- A. $f(1) = 1 - 1 - 2 - 1 = -3$
B. $f(1) = 1 + 1 - 2 - 1 = -1$
C. $f(1) = 1 + 1 + 2 - 1 = 3$
D. $f(1) = 1 + 2 - 1 - 1 = 1$
E. $f(1) = 1 + 2 + 1 + 1 = 5$

Jadi jawaban yang benar pasti B!!

☺



10. Suku banyak berderajat 3, jika dibagi $(x^2 + 2x - 3)$ bersisa $(3x - 4)$, jika dibagi $(x^2 - x - 2)$ bersisa $(2x + 3)$. Suku banyak tersebut adalah **Cara Biasa:** (Suku Banyak)

- A. $x^3 - x^2 - 2x - 1$ $f(x) = (x^2 + 2x - 3)(ax + b) + (3x - 4) = (x+3)(x-1)(ax+b) + (3x-4)$
X B. $x^3 + x^2 - 2x - 1$ Dari persamaan tersebut diperoleh nilai $f(-3) = -13$ dan $f(1) = -1$
C. $x^3 + x^2 + 2x - 1$ $f(-3) = 10(-3a+b) + (2(-3)+3) = -13 \Rightarrow 3a-b = 1$
D. $x^3 + 2x^2 - x - 1$ $f(1) = -2(a+b) + (2(1)+3) = -1 \Rightarrow a+b = 3$
E. $x^3 + 2x^2 + x + 1$ Dari persamaan $-15a + 5b = 4$ dan $a+b = 3$, diperoleh $a = 1$ dan $b = 2$
Jadi, $f(x) = (x^2 - x - 2)(x+2) + (2x+3)$
 $= x^3 + x^2 - 2x - 1$

11. Pernyataan yang ekuivalen dengan pernyataan "Jika semua siswa hadir, maka beberapa guru tidak hadir" adalah ...

- A. Beberapa siswa tidak hadir atau beberapa guru hadir.
B. Semua siswa tidak hadir atau beberapa guru tidak hadir.
C. Beberapa siswa tidak hadir dan semua guru tidak hadir.
X D. Beberapa siswa tidak hadir atau beberapa guru tidak hadir.
E. Semua siswa hadir dan beberapa guru hadir.

TRIK SUPERKILAT: (Pernyataan Senilai Implikasi)

$$(\forall \text{siswa hadir}) \Rightarrow (\exists \text{guru } \sim \text{hadir}) \equiv (\exists \text{siswa } \sim \text{hadir}) \vee (\exists \text{guru } \sim \text{hadir})$$

Jadi, pernyataan yang depan dinegasi,
yang belakang tetap.

- Jawaban C dan E SALAH, karena menggunakan "dan".
- Jawaban A juga SALAH, karena udah dibilangin pernyataan yang belakang tetap kok masih tetap "guru hadir"!!
- Jawaban D juga salah, karena udah dibilangin pernyataan yang depan harus dinegasi, kok masih pake "semua".

Jadi jawaban yang benar adalah D!

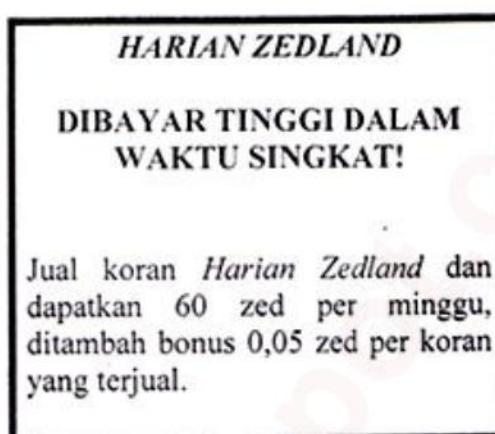
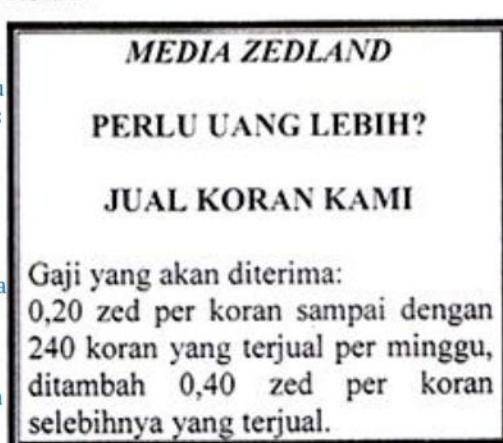
☺



12. Di Zedland ada dua media massa koran yang sedang mencari orang untuk bekerja sebagai penjual koran. Iklan di bawah ini menunjukkan bagaimana mereka membayar gaji penjual koran.

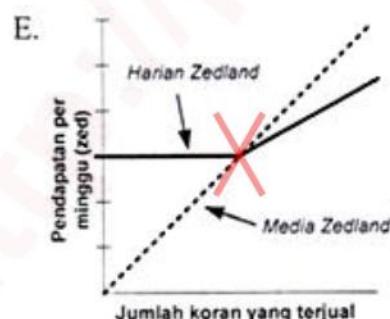
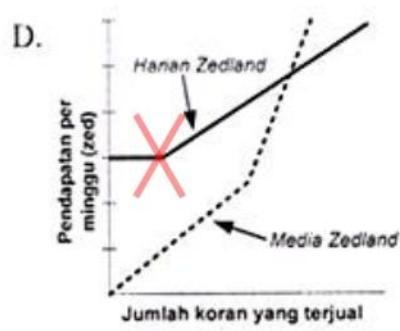
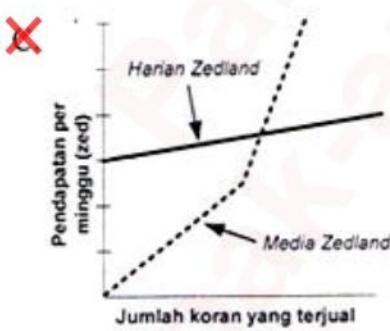
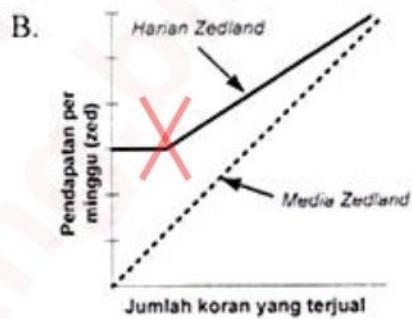
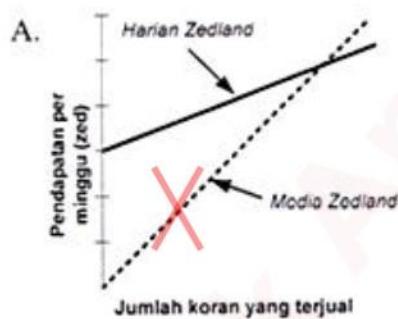
LOGIKA PRAKTIS: Perhatikan harian Zedland, gaji yang diterima pada mulanya sebesar 60 zed per minggu, lalu naik mengikuti garis lurus. Jelas bahwa jawaban B, D, dan E salah, karena garisnya bengkok!

Sekarang tinggal jawaban A dan C saja yang tersisa. Nah perhatikan gaji yg diberikan media Zedland naik setelah 240 koran terjual, artinya grafik media Zedland mengalami kenaikan kemiringan alias grafiknya bengkok! Jelas jawaban yang benar adalah jawaban C!!!

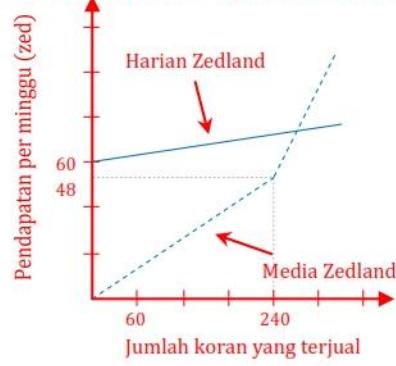


Joko memutuskan untuk melamar menjadi penjual koran. Ia perlu memilih bekerja pada *Media Zedland* atau *Harian Zedland*.

Grafik manakah di bawah ini yang menggambarkan bagaimana koran membayar penjual-penjualnya?



TRIK SUPERKILAT: (Program Linear)



Misal:
 x = jumlah koran yg terjual.
 Persamaan pendapatan harian Zedland yaitu:
 $h(x) = 60 + 0,05x$
 Artinya, grafik tersebut berbentuk garis lurus.

Sedangkan persamaan pendapatan media Zedland:
 $m(x) = \begin{cases} 0,20x; & x \leq 240 \\ 0,60x; & x > 240 \end{cases}$
 Artinya, grafik tersebut akan berbentuk dua garis lurus yang berbeda kemiringannya.

LOGIKA PRAKTIS: 13. Diketahui vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ p \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, dan $\vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix}$. Apabila vektor \vec{a} tegak lurus vektor \vec{b} , hasil dari $2\vec{a} + \vec{b} - \vec{c} = \dots$

Namun, perhatikan kombinasi angka pada pilihan jawaban, abaikan baris kedua dimana nilai p tadi harus dicari terlebih dahulu.

- A. $\begin{pmatrix} 7 \\ ? \\ 0 \end{pmatrix}$
- B. $\begin{pmatrix} 6 \\ ? \\ -3 \end{pmatrix}$
- C. $\begin{pmatrix} ? \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$
- D. $\begin{pmatrix} 7 \\ ? \\ 6 \end{pmatrix}$
- E. $\begin{pmatrix} ? \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

Jadi ternyata nilai p menjadi tidak penting untuk dicari!

$$2\vec{a} + \vec{b} - \vec{c} = \begin{pmatrix} 2 + (-1) - 4 \\ \text{ga penting} \\ 6 + (-3) - 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ ? \\ 3 \end{pmatrix}$$

Hehe, asyik ya!

A. $\begin{pmatrix} 7 \\ -15 \\ 0 \end{pmatrix}$

B. $\begin{pmatrix} -3 \\ -15 \\ -6 \end{pmatrix}$

X C. $\begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$

D. $\begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ -6 \end{pmatrix}$

E. $\begin{pmatrix} -3 \\ -15 \\ 0 \end{pmatrix}$

Cara Biasa: (Operasi Aljabar Vektor)

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ p \\ 3 \end{pmatrix}; \vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}; \vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} \perp \vec{b} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ p \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} = 0$$

$$\Leftrightarrow (1)(-1) + (p)(2) + (3)(-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow -1 + 2p - 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2p - 10 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2p = 10$$

$$\Leftrightarrow p = 5$$

Jadi, diperoleh vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$

$$2\vec{a} + \vec{b} - \vec{c} = 2\begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 10 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 + (-1) - 4 \\ 10 + 2 - 7 \\ 6 + (-3) - 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$$

14. Diketahui vektor-vektor $\vec{u} = 9\vec{i} + a\vec{j} + b\vec{k}$ dan $\vec{v} = a\vec{i} - b\vec{j} + a\vec{k}$. Sudut antara vektor \vec{u} dan vektor \vec{v} adalah θ dengan $\cos \theta = \frac{6}{11}$. Proyeksi \vec{u} pada \vec{v} adalah $\vec{p} = 4\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}$.

Nilai $b = \dots$

A. $\sqrt{2}$

B. 2

X C. $2\sqrt{2}$

D. 4

E. $4\sqrt{2}$

Cara Biasa: (Sudut Antara Dua Vektor)

\vec{p} proyeksi \vec{u} pada \vec{v} , maka

\vec{p} dan \vec{v} kolinear, sehingga :

$$\vec{p} = n \cdot \vec{v} \Rightarrow \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} = n \begin{pmatrix} a \\ -b \\ a \end{pmatrix}$$

$$\text{Jadi } 4 = an \Rightarrow n = \frac{4}{a}$$

$$-2 = -bn \Rightarrow n = \frac{2}{b}$$

$$\text{sehingga } \frac{4}{a} = \frac{2}{b} \Rightarrow a = 2b$$

$$\cos \theta = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| |\vec{v}|}$$

$$\frac{6}{11} = \frac{9a - ab + ab}{\sqrt{9^2 + a^2 + b^2} \sqrt{a^2 + (-b)^2 + a^2}}$$

Substitusikan $a = 2b$

$$\frac{6}{11} = \frac{18b}{\sqrt{81 + 5b^2} \sqrt{9b^2}}$$

$$\frac{6}{11} = \frac{6}{\sqrt{81 + 5b^2}}$$

$$\sqrt{81 + 5b^2} = 11$$

$$81 + 5b^2 = 121$$

$$5b^2 = 121 - 81$$

$$5b^2 = 40$$

$$b^2 = 8$$

$$b = \pm 2\sqrt{2}$$

Jadi nilai $b = 2\sqrt{2}$

15. Diketahui $\vec{p} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$, $\vec{q} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2x \\ 2 \end{pmatrix}$, dan proyeksi skalar vektor \vec{q} pada \vec{p} adalah $1\frac{1}{7}$.

Nilai $x = \dots$

Cara Biasa: (Proyeksi Skalar)

A. -2

X B. -1

C. 0

D. 1

E. 2

$$|\vec{c}| = \frac{\vec{q} \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|} \Rightarrow 1\frac{1}{7} = \frac{2 + 6x + 12}{\sqrt{2^2 + 3^2 + 6^2}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{8}{7} = \frac{6x + 14}{\sqrt{4 + 9 + 36}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{8}{7} = \frac{6x + 14}{\sqrt{49}}$$

$$\Leftrightarrow 8 = 6x + 14$$

$$\Leftrightarrow -6 = 6x$$

$$\Leftrightarrow -1 = x$$

LOGIKA PRAKTIS:
Proyeksi skalar \vec{q} pada \vec{p}

$$|\vec{c}| = \frac{\vec{q} \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|}$$

☺

16. Penyelesaian pertidaksamaan ${}^3\log x \cdot {}^{1-2x}\log 9 > 2 - {}^{1-2x}\log 9$ adalah

LOGIKA PRAKTIS:

Ingin sifat-sifat logaritma:
 $a \log b^n = n \cdot a \log b$

$a \log b + b \log c = a \log c$

$a \log b - a \log c = a \log \left(\frac{b}{c}\right)$

$n = n \cdot a \log a = a \log a^n$

Ingin juga syarat basis dan numerus logaritma agar logaritma terdefinisi

$f(x) \log g(x)$ terdefinisi jika $f(x) > 0; f(x) \neq 1$ dan $g(x) > 0$

☺

A. $0 < x < \frac{1}{5}$

B. $0 < x < \frac{1}{2}$

C. $0 < x < \frac{2}{5}$

D. $\frac{1}{5} < x < \frac{1}{2}$

E. $\frac{2}{5} < x < \frac{1}{2}$

Cara Biasa: (Pertidaksamaan Logaritma)

$${}^3\log x \cdot {}^{1-2x}\log 9 < 2 - {}^{1-2x}\log 9$$

$${}^{1-2x}\log 3^2 \cdot {}^3\log x < 2 - {}^{1-2x}\log(1-2x) - {}^{1-2x}\log 9$$

$$2 \cdot {}^{1-2x}\log x < {}^{1-2x}\log \frac{(1-2x)^2}{9}$$

$$x^2 < \frac{(1-2x)^2}{9}$$

$$9x^2 < (1-2x)^2$$

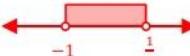
$$9x^2 < 1 - 4x + 4x^2$$

Pembuat nol

$$(x+1)(5x-1) = 0$$

$$x = -1 \text{ atau } x = \frac{1}{5}$$

Jadi,



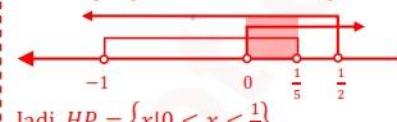
Syarat numerus logaritma:

$$x > 0$$

Syarat basis logaritma:

$$1 - 2x > 0 \Rightarrow x < \frac{1}{2}$$

Jadi, penyelesaian dari soal pertidaksamaan logaritma tersebut adalah irisan dari ketiga daerah penyelesaian tersebut, yaitu:



$$\text{Jadi, HP} = \{x | 0 < x < \frac{1}{5}\}$$

17. Persamaan bayangan lingkaran $x^2 + y^2 = 4$ bila dicerminkan terhadap garis $x = 2$ dan

LOGIKA PRAKTIS:

Pusat lingkaran $(0, 0)$ dilanjutkan dengan translasi $\begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$ adalah

Jadi bayangan lingkaran akan berpusat di $(1, 4)$

Perhatikan!

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

$$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$$

Koefisien x, y pada bayangan lingkaran pasti -2 dan -8

☺

- A. $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 13 = 0$
- B. $x^2 + y^2 + 2x - 8y + 13 = 0$
- C. $x^2 + y^2 - 2x + 8y + 13 = 0$
- D. $x^2 + y^2 + 2x + 8y + 13 = 0$
- E. $x^2 + y^2 + 8x - 2y + 13 = 0$

Cara Biasa: (Transformasi Geometri)

$$\begin{matrix} (x) \\ (y) \end{matrix} \xrightarrow{M_{x=2}} \begin{matrix} (x') \\ (y') \end{matrix} = \begin{pmatrix} 2(2)-x \\ y \end{pmatrix} \xrightarrow{T=\begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}} \begin{matrix} (x'') \\ (y'') \end{matrix} = \begin{pmatrix} 4-x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4-x \\ y+4 \end{pmatrix}$$

$$\text{Jadi, } x'' = 1 - x \Rightarrow x = 1 - x''$$

$$y'' = y + 4 \Rightarrow y = y'' - 4$$

$$\text{Sehingga } x^2 + y^2 = 4 \Rightarrow (1 - x'')^2 + (y'' - 4)^2 = 4 \Leftrightarrow (x'')^2 + (y'')^2 - 2x'' - 8y'' + 13 = 0$$

18. Himpunan penyelesaian dari $9^x - 3^{x+1} > 54$ adalah

LOGIKA PRAKTIS:

$$x = 0 \Rightarrow 9^0 - 3^1 > 54$$

$$\Leftrightarrow -2 > 54$$

Jawaban ga boleh memuat nol. A, C, E mungkin benar.

$$x = 3 \Rightarrow 9^3 - 3^4 > 54$$

$$\Leftrightarrow 729 - 81 > 54$$

$$\Leftrightarrow 648 > 54$$

Hanya jawaban A yg benar!

- A. $\{x | x > 2, x \in \mathbb{R}\}$
- B. $\{x | x < -6, x \in \mathbb{R}\}$
- C. $\{x | x > 4, x \in \mathbb{R}\}$
- D. $\{x | x < -3, x \in \mathbb{R}\}$
- E. $\{x | x > 9, x \in \mathbb{R}\}$

Cara Biasa: (Pertidaksamaan Logaritma)

$$9^x - 3^{x+1} > 54$$

$$(3^x)^2 - 3 \cdot 3^x - 54 > 0$$

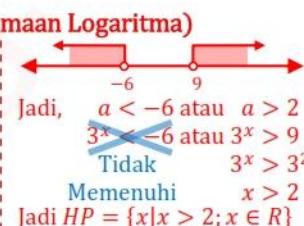
$$\text{Misal: } 3^x = a$$

$$a^2 - 3a - 54 > 0$$

Pembuat nol:

$$(a+6)(a-9) = 0$$

$$a = -6 \text{ atau } a = 9$$



$$\text{Jadi, } a < -6 \text{ atau } a > 9$$

$$3^x < 6 \text{ atau } 3^x > 9$$

Tidak Memenuhi $x > 2$

Jadi HP = $\{x | x > 2; x \in \mathbb{R}\}$

19. Seutas tali dipotong menjadi 5 bagian sehingga panjang potongan-potongan tali tersebut membentuk barisan geometri. Jika panjang tali terpendek 6 cm dan potongan tali terpanjang 96 cm, maka panjang tali semula adalah....

LOGIKA PRAKTIS:

Panjang tali adalah

bilangan genap. Jadi panjang seluruh tali seharusnya juga

genap. Jawaban B, D salah!

Jelas-jelas tali terpanjang 96 cm, jawaban A salah!

Panjang tali kurang dari dua kali dari tali terpanjang.

Jawaban E salah. Jadi cuma

jawaban C yang benar!

- A. 96 cm
- B. 185 cm
- C. 186 cm
- D. 191 cm
- E. 192 cm

Cara Biasa: (Deret Geometri)

$$n = 5; a = U_1 = 6 \text{ cm}; U_5 = 96 \text{ cm}$$

$$U_5 = \frac{a r^4}{a} \Rightarrow \frac{96}{6} = r^4$$

$$\Leftrightarrow 16 = r^4$$

$$\Leftrightarrow \sqrt[4]{16} = r$$

$$\Leftrightarrow 2 = r$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \Rightarrow S_5 = \frac{6(2^5 - 1)}{2 - 1}$$

$$= \frac{6(32 - 1)}{1}$$

$$= 6(31)$$

$$= 186 \text{ cm}$$

20. Tempat duduk gedung pertunjukan film diatur mulai dari baris depan ke belakang dengan banyak baris di belakang lebih 4 kursi dari baris di depannya. Bila dalam gedung pertunjukan terdapat 15 baris kursi dan baris terdepan ada 20 kursi, kapasitas gedung pertunjukan tersebut adalah

LOGIKA PRAKTIS:

Rumus jumlah n suku

pertama deret aritmetika:

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)b)$$

- A. 1.200 kursi
- B. 800 kursi
- C. 720 kursi
- D. 600 kursi
- E. 300 kursi

Cara Biasa: (Deret Aritmetika)

$$b = 4; n = 15; a = U_1 = 20$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)b) \Rightarrow S_{15} = \frac{15}{2}(2(20) + 14(4))$$

$$= \frac{15}{2}(40 + 56)$$

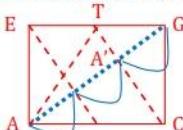
$$= \frac{15}{2}(96)$$

$$= \frac{1440}{2}$$

$$= 720 \text{ kursi}$$



LOGIKA PRAKTIS:



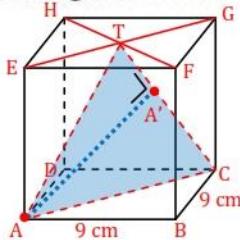
Perhatikan, jarak AA' adalah dua pertiga dari panjang diagonal ruang kubus tersebut.

$$\begin{aligned} \text{Jadi, } AA' &= \frac{2}{3} \times AG \\ &= \frac{2}{3} \times 9\sqrt{3} \\ &= 6\sqrt{3} \text{ cm} \end{aligned}$$

=

21. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan rusuk 9 cm. Jika titik T terletak pada pertengahan garis HF. Jarak titik A ke garis CT adalah **Cara Biasa: (Dimensi Tiga (Jarak))**

- A. $5\sqrt{3}$ cm
B. $6\sqrt{2}$ cm
X C. $6\sqrt{3}$ cm
D. $6\sqrt{6}$ cm
E. $7\sqrt{3}$ cm



Jarak titik A ke CT adalah AA' .

AC diagonal bidang, $AC = 9\sqrt{2}$ cm

Perhatikan $\triangle AET$, diperoleh:

$$AT = \sqrt{AE^2 - ET^2} = \sqrt{9^2 + \left(\frac{9}{2}\sqrt{2}\right)^2} = \frac{9}{2}\sqrt{6} \text{ cm}$$

$$AT = CT = \frac{9}{2}\sqrt{6} \text{ cm}$$

Misal $AT = x$, maka panjang AA' :

$$AA'^2 = AT^2 - A'T^2$$

$$AA'^2 = AC^2 - A'C^2$$

Jadi diperoleh:

$$AT^2 - A'T^2 = AC^2 - A'C^2$$

$$\left(\frac{9}{2}\sqrt{6}\right)^2 - x^2 = (9\sqrt{2})^2 - \left(\frac{9}{2}\sqrt{6} - x\right)^2$$

$$\frac{3}{2}\sqrt{6} = x$$

$$AA' = \sqrt{AT^2 - A'T^2} = \sqrt{\left(\frac{9}{2}\sqrt{6}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\sqrt{6}\right)^2} = 6\sqrt{3} \text{ cm}$$

22. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 3 & w \\ x & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} y & -3 \\ 5 & z \end{pmatrix}$, dan $C = \begin{pmatrix} 5 & 5 \\ 5 & 10 \end{pmatrix}$. Jika B^T adalah

transpose dari matriks B, dan $A + B^T - C = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -3 & -5 \end{pmatrix}$, maka nilai $w + x + y + z$ adalah

Cara Biasa: (Matriks)

- A. 8
B. 9
C. 11
D. 14
X E. 17

$$A + B^T - C = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -3 & -5 \end{pmatrix}$$

$$w = 4$$

$$x - 8 = -3 \Rightarrow x = 5$$

$$y - 2 = 0 \Rightarrow y = 2$$

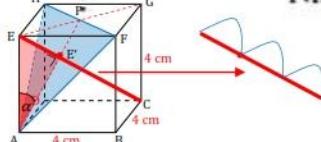
$$z - 11 = -5 \Rightarrow z = 6$$

Jadi,

$$w + x + y + z = 4 + 5 + 2 + 6 = 17$$

23. Kubus ABCD.EFGH memiliki rusuk 4 cm. Sudut antara AE dan bidang AFH adalah α .

Nilai $\sin \alpha = \dots$

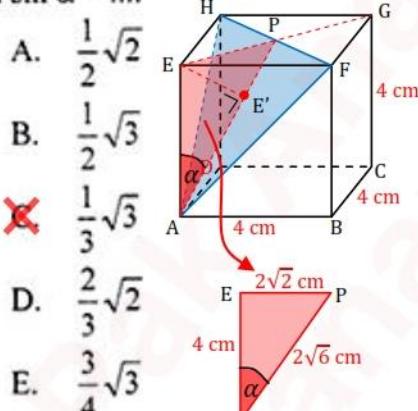


EE' adalah sepertiga dari diagonal ruang kubus, jadi $EE' = \frac{1}{3} \times 4\sqrt{3} = \frac{4}{3}\sqrt{3}$ cm.

Perhatikan $\triangle AEE'$, $\sin \alpha = \sin \angle(EE', AE)$

$$\begin{aligned} \text{sisi depan sudut} \\ \text{sisi miring} \\ = \frac{EE'}{AE} = \frac{\frac{4}{3}\sqrt{3}}{4} = \frac{1}{3}\sqrt{3} \end{aligned}$$

=



Cara Biasa: (Dimensi Tiga (Sudut))

EG diagonal bidang, $EG = 4\sqrt{2}$ cm.

E' adalah proyeksi E di bidang AFH ,

AE' adalah proyeksi AE di bidang AFH .

Sudut antara AE dengan bidang AFH adalah sudut yang dibentuk oleh garis AE dan AE' . Dalam hal ini kita juga bisa menggunakan segitiga bantu yaitu segitiga APE , sehingga sudut AE dengan bidang AFH adalah sudut yang dibentuk oleh garis AE dan AP .

P titik potong diagonal pada bidang $EFGH$, maka $EP = PG$, sehingga:

$$EP = \frac{1}{2}EG = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{2} = 2\sqrt{2} \text{ cm}$$

Perhatikan $\triangle APE$,

$$AP = \sqrt{AE^2 + EP^2}$$

$$= \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + (4)^2}$$

$$= \sqrt{8 + 16} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6} \text{ cm}$$

Karena $\triangle APE$ siku-siku di E , maka dengan menggunakan definisi trigonometri "sin demikian" akan diperoleh nilai kosinus sudut tersebut, yaitu:

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \sin \angle(AE, AP) \\ &= \frac{\text{sisi depan sudut}}{\text{sisi miring}} \\ &= \frac{EP}{AP} = \frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{6}} = \frac{1}{3}\sqrt{3} \end{aligned}$$

24. Nilai $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{9x^2 + 6x - 2} - 3x + 1)$ adalah

TRIK SUPERKILAT: (Limit Fungsi Aljabar)

$$\begin{aligned} A. 5 &\quad \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{9x^2 + 6x - 2} - 3x + 1) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{9x^2 + 6x - 2} - (3x - 1) \right) \\ B. 4 &\quad = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{9x^2 + 6x - 2} - \sqrt{9x^2 - 6x + 1} \right) \\ C. 3 &\quad = \frac{6 - (-6)}{2\sqrt{9}} \\ D. 2 &\quad = \frac{12}{6} \\ E. 1 &\quad = 2 \end{aligned}$$

25. Nilai $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{\sin 2x \tan 2x} = \dots$

A. 16 Cara Biasa: (Limit Fungsi Trigonometri)

$$\begin{aligned} B. 12 &\quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{\sin 2x \tan 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 4x}{x \cdot \sin 2x} \\ &\quad = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cdot \sin 4x \cdot \sin 4x}{\sin 2x \cdot \tan 2x} \\ &\quad = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cdot \sin 4x \cdot \sin 4x}{\sin 2x \cdot \tan 2x} \cdot \frac{4x}{4x} \cdot \frac{4x}{4x} \cdot \frac{2x}{2x} \cdot \frac{2x}{2x} \\ &\quad = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{4x} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{4x} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\sin 2x} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\tan 2x} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cdot 4x \cdot 4x}{2x \cdot 2x} \\ &\quad = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{32}{4} \\ &\quad = 8 \end{aligned}$$

TRIK SUPERKILAT

Coret sin dan ubah cos!

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{\sin 2x \tan 2x} &= \frac{\frac{1}{2} \cdot 8x \cdot 8x}{2x \cdot 2x} \\ &= \frac{1}{2} \cdot 16 \\ &= 8 \end{aligned}$$



26. Diketahui jajargenjang PQRS seperti gambar.

LOGIKA PRAKTIS: Panjang diagonal PR =

Ingin sifat resultan vektor yang dipelajari di Fisika, apabila dua vektor memiliki besar sama yaitu F , dan sudut antara keduanya 60° , maka resultan kedua vektor tersebut adalah $F\sqrt{3}$

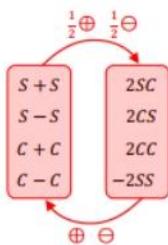
Jadi dengan mudah jawaban yang benar adalah $6\sqrt{3}$ cm

☺

27. Nilai dari $\cos 145^\circ + \cos 35^\circ - \cos 45^\circ = \dots$

LOGIKA PRAKTIS:

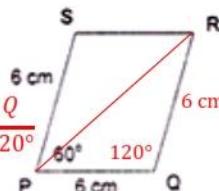
Cara mudah mengingat dan menghafal rumus jumlah selisih sinus kosinus adalah:



☺

- A. $5\sqrt{3}$ cm **Cara Biasa: (Aturan Kosinus)**
 $PR^2 = PQ^2 + QR^2 - 2 \cdot PQ \cdot QR \cdot \cos Q$
~~X~~ B. $6\sqrt{3}$ cm $\Leftrightarrow PR = \sqrt{PQ^2 + QR^2 - 2 \cdot PQ \cdot QR \cdot \cos 120^\circ}$
C. $7\sqrt{2}$ cm
D. $7\sqrt{3}$ cm
E. 8 cm

$$\begin{aligned} &= \sqrt{6^2 + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 6 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)} \\ &= \sqrt{36 + 36 + 36} \\ &= \sqrt{108} = \sqrt{36\sqrt{3}} = 6\sqrt{3} \text{ cm} \end{aligned}$$



- A. $\frac{1}{2}\sqrt{3}$
B. $\frac{1}{2}\sqrt{2}$
C. $\frac{1}{2}$
D. $-\frac{1}{2}$
~~X~~ E. $-\frac{1}{2}\sqrt{2}$

Cara Biasa: (Rumus Jumlah Selisih Sinus Kosinus)

$$\begin{aligned} \cos 145^\circ + \cos 35^\circ - \cos 45^\circ &= (\cos 145^\circ + \cos 35^\circ) - \cos 45^\circ \\ &= 2 \cos \frac{1}{2}(145^\circ + 35^\circ) \cos \frac{1}{2}(145^\circ - 35^\circ) - \cos 45^\circ \\ &= 2 \cos 90^\circ \cos 55^\circ - \cos 45^\circ \\ &= 2(0) \cos 55^\circ - \frac{1}{2}\sqrt{2} \\ &= 0 - \frac{1}{2}\sqrt{2} \\ &= -\frac{1}{2}\sqrt{2} \end{aligned}$$

28. Himpunan penyelesaian dari persamaan $2 \cos 3x^\circ = 1$, untuk $0^\circ \leq x \leq 180^\circ$, adalah

LOGIKA PRAKTIS:

Ingat!
 $\cos x = \cos \alpha$
maka berlaku:
 $x_1 = \alpha + n \cdot 360^\circ$
 $x_2 = (-\alpha) + n \cdot 360^\circ$

☺

- A. $\{0, 20, 60\}$
B. $\{0, 20, 100\}$
C. $\{20, 60, 100\}$
~~X~~ D. $\{20, 100, 140\}$
E. $\{100, 140, 180\}$

Cara Biasa: (Persamaan Trigonometri)

$$\begin{aligned} 2 \cos 3x &= 1 \\ \Leftrightarrow \cos 3x &= \frac{1}{2} \\ \Leftrightarrow \cos 3x &= \cos 60^\circ \end{aligned}$$

Jadi, himpunan penyelesaian yang memenuhi adalah
 $HP = \{20, 100, 140\}$

$$\begin{aligned} 3x_1 &= 60^\circ + n \cdot 360^\circ \\ \Leftrightarrow x_1 &= 20^\circ + n \cdot 120^\circ \\ \Leftrightarrow x_1 &= \{20, 140\} \\ 3x_2 &= -60^\circ + n \cdot 360^\circ \\ \Leftrightarrow x_2 &= -20^\circ + n \cdot 120^\circ \\ \Leftrightarrow x_2 &= \{100\} \end{aligned}$$

29. Hasil $\int 3x^2 \sqrt{(2x^3 + 5)} dx = \dots$

LOGIKA PRAKTIS:

Perhatikan!
Soal di samping ternyata hanya menguji seberapa kemampuan kita dalam menemukan koefisien fungsi hasil integral.

$$\int (3x^2)(2x^3 + 5)^{\frac{1}{2}} dx$$

$\downarrow 3$ $\downarrow 1$
 $\frac{1}{1 \cdot 6} = \frac{1}{2} + 1$

- A. $\frac{3}{4}(2x^3 + 5)\sqrt{(2x^3 + 5)} + C$
B. $\frac{1}{2}(2x^3 + 5)\sqrt{(2x^3 + 5)} + C$
C. $\frac{2}{5}(2x^3 + 5)\sqrt{(2x^3 + 5)} + C$
~~X~~ D. $\frac{1}{3}(2x^3 + 5)\sqrt{(2x^3 + 5)} + C$
E. $\frac{1}{6}(2x^3 + 5)\sqrt{(2x^3 + 5)} + C$

TRIK SUPERKILAT: (Integral Tak Tentu Fungsi Aljabar)

$$\begin{aligned} \int 3x^2 \sqrt{(2x^3 + 5)} dx &= \int 3x^2 (2x^3 + 5)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{d(2x^3 + 5)}{6x^2} \right) \\ &= \frac{1}{2} \int (2x^3 + 5)^{\frac{3}{2}} d(2x^3 + 5) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\frac{3}{2}} (2x^3 + 5)^{\frac{3}{2}} + C \\ &= \frac{1}{3} (2x^3 + 5)^{\frac{3}{2}} + C \\ &= \frac{1}{3} (2x^3 + 5) \sqrt{(2x^3 + 5)} + C \end{aligned}$$

Selesai!

☺

LOGIKA PRAKTIS:

Trik menghitung integral tertentu fungsi aljabar adalah dengan mensubstitusikan dua nilai batas secara langsung ke dalam fungsi hasil integrasi menggunakan sifat distributif. Perhatikan!

$$\begin{aligned} & \left[\frac{1}{4}x^4 - 2x^3 + 4x^2 + 2x \right]_{-1}^2 \\ &= \left(\frac{1}{4}(2^4 - (-1)^4) \right) \\ &\quad - 2(2^3 - (-1)^3) \\ &\quad + 4(2^2 - (-1)^2) \\ &\quad + 2(2 - (-1)) \\ &= \frac{1}{4}(15) - 2(9) + 4(3) + 2(3) \\ &= \frac{15}{4} - 18 + 12 + 6 \\ &= \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4} \\ \textcircled{2} & \end{aligned}$$

30. Hasil $\int_{-1}^2 (x^3 - 6x^2 + 8x + 2) dx = \dots$

Cara Biasa: (Integral Tertentu Fungsi Aljabar)

A. $12 \frac{1}{4} \int_{-1}^2 (x^3 - 6x^2 + 8x + 2) dx = \left[\frac{1}{4}x^4 - 2x^3 + 4x^2 + 2x \right]_{-1}^2$

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{1}{4}(2^4 - (-1)^4) \right) - \left(\frac{1}{4}(-1)^4 - 2(-1)^3 + 4(-1)^2 + 2(-1) \right) \\ &= (4 - 16 + 16 + 4) - \left(\frac{1}{4} + 2 + 4 - 2 \right) \\ &= 8 - \frac{17}{4} \\ &= \frac{32}{4} - \frac{17}{4} \\ &= \frac{15}{4} \\ &= 3\frac{3}{4} \end{aligned}$$

B. $8 \frac{1}{4}$

C. $7 \frac{3}{4}$

D. $4 \frac{1}{4}$

X E. $3 \frac{3}{4}$

31. Hasil $\int_0^{\frac{\pi}{6}} (\sin 4x \cos 2x) dx = \dots$

Cara Biasa: (Integral Tertentu Fungsi Trigonometri)

A. $\frac{4}{3} \int_0^{\frac{\pi}{6}} (\sin 4x \cos 2x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{1}{2}(\sin 6x + \sin 2x) dx$

B. $\frac{2}{3} \int_0^{\frac{\pi}{6}} (\sin 6x + \sin 2x) dx$

C. $\frac{1}{3} \int_0^{\frac{\pi}{6}} (\sin 6x + \sin 2x) dx$

X D. $\frac{7}{24} \int_0^{\frac{\pi}{6}} (\sin 6x + \sin 2x) dx$

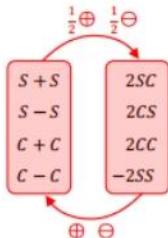
E. $-\frac{1}{3} \int_0^{\frac{\pi}{6}} (\sin 6x + \sin 2x) dx$

LOGIKA PRAKTIS:

Inga rumus perkalian trigonometri untuk menyelesaikan soal tersebut!

$2 \sin A \cos B = \sin(A+B) + \sin(A-B)$

Berikut cara mudah menghafal rumus perkalian trigonometri:



32. Hasil dari $\int (\cos^3 2x \sin 2x) dx = \dots$

A. $\frac{1}{4} \cos^4 2x + C$

B. $\frac{1}{4} \sin^4 2x + C$

C. $\frac{1}{6} \cos^4 2x + C$

X D. $-\frac{1}{8} \cos^4 2x + C$

E. $-\frac{1}{8} \sin^4 2x + C$

TRIK SUPERKILAT: (Integral Tak Tentu Fungsi Trigonometri)

$$\int (\cos^3 2x \sin 2x) dx = \int (\cos^3 2x \sin 2x) \left(\frac{d(\cos 2x)}{-2 \sin 2x} \right)$$

$$= -\frac{1}{2} \int \cos^3 2x d(\cos 2x)$$

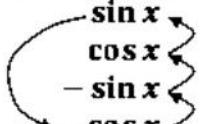
$$= -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cos^4 2x + C$$

$$= -\frac{1}{8} \cos^4 2x + C$$

☺

LOGIKA**PRAKTIS:**

Cara mudah mengingat konsep integral trigonometri:



☺

33. Diketahui $g(x) = \frac{1}{3}x^3 - A^2x + 1$; $f(x) = g(2x - 1)$, A suatu konstanta. Jika f naik pada $x \leq 0$

LOGIKA PRAKTIS:

- Pertama, kita harus mencari $f(x)$ dari $g(x)$.
- Kedua, menemukan nilai A dari titik-titik ekstrim $f(x)$ dengan memanfaatkan rumus hasil kali akar-akar persamaan kuadrat.
- Ketiga, menguji nilai turunan kedua $g(x)$ sehingga kita akan mendapatkan nilai maksimum relatif $g(x)$

atau $x \geq 1$, nilai maksimum relatif g adalah ..

Cara Biasa: (Aplikasi Turunan)

A. $\frac{7}{3}$ $f(x) = g(2x - 1)$
 $= \frac{1}{3}(2x - 1)^3 - A^2(2x - 1) + 1$
 $= \frac{8}{3}x^3 - 4x^2 + (2 - 2A^2)x + \left(A^2 + \frac{2}{3}\right)$
 $\Rightarrow f'(x) = 8x^2 - 8x + (2 - 2A^2)$

C. $\frac{1}{3}$ $f(x)$ naik pada $x \leq 0$ atau $x \geq 1$, maka akar-akar persamaan $f'(x)$ adalah $x_1 = 0$ dan $x_2 = 1$.

D. $-\frac{1}{3}$ Sehingga $x_1 x_2 = \frac{2-2A}{8} \Rightarrow 0 = \frac{2-2A}{8}$
 $\Leftrightarrow 0 = 2 - 2A^2$
 $\Leftrightarrow 2A^2 = 2$
 $\Leftrightarrow A^2 = 1$

E. $-\frac{5}{3}$ $A^2 = 1 \Rightarrow g(x) = \frac{1}{3}x^3 - x + 1$
 $\Leftrightarrow g'(x) = x^2 - 1$ dan $g''(x) = 2x$

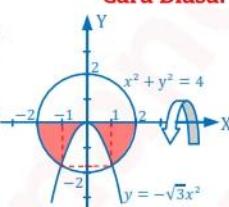
34. Volume benda putar yang terbentuk dari daerah yang dibatasi oleh kurva $y = -\sqrt{3}x^2$,

LOGIKA PRAKTIS: sumbu X, di dalam dan lingkaran $x^2 + y^2 = 4$, diputar mengelilingi sumbu X adalah

Volume benda putar dari daerah yang dibatasi oleh kurva y dan sumbu X, dari $x = a$ sampai $x = b$ jika diputar mengelilingi sumbu X sejauh 360° adalah:

$$V = \pi \int_a^b y^2 dx$$

- A. $\frac{80}{15}\pi$ satuan volume
- X. $\frac{68}{15}\pi$ satuan volume
- C. $\frac{64}{15}\pi$ satuan volume
- D. $\frac{34}{15}\pi$ satuan volume
- E. $\frac{32}{15}\pi$ satuan volume



Mencari titik potong:

$$\begin{aligned} y_1 &= y_2 \\ y_1^2 &= y_2^2 \\ 3x^4 &= 4 - x^2 \\ 3x^4 + x^2 - 4 &= 0 \\ (3x^2 + 4)(x^2 - 1) &= 0 \\ (3x^2 + 4)(x + 1)(x - 1) &= 0 \\ \text{Perhatikan } 3x^2 + 4 \text{ definit positif} \\ (x + 1)(x - 1) &= 0 \\ x = -1 \text{ atau } x = 1 & \end{aligned}$$

Apabila $g'(a) = 0$ dan $g''(a) < 0$, maka $g(x)$ mencapai maksimum relatif di $x = a$

- Uji nilai $g'(x) = 0$
 $g'(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 1 = 0$
 $\Leftrightarrow (x + 1)(x - 1) = 0$
 $\Leftrightarrow x = -1$ atau $x = 1$

- Uji nilai $g''(x) < 0$
 $x = 1 \Rightarrow g''(1) = 2(1) = 2 > 0$
 Jadi $x = 1$ adalah nilai minimum relatif.
 $x = -1 \Rightarrow g''(-1) = 2(-1) = -2 < 0$
 Jadi, $x = -1$ adalah nilai maksimum relatif.

Sehingga nilai maksimum relatif dari $g(x)$ adalah:

$$g(-1) = \frac{1}{3}(-1)^3 - (-1) + 1 = -\frac{1}{3} + 1 + 1 = \frac{5}{3}$$

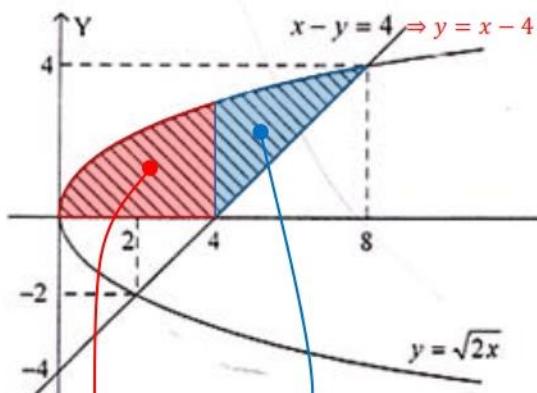
35. Luas dacra yang diarsir pada gambar dapat dinyatakan dengan rumus

LOGIKA PRAKTIS:
 Integral yang menyatakan luas daerah yang dibatasi $f(x)$ dan $g(x)$, dimana $f(x) > g(x)$ pada interval $x = a$ sampai $x = b$ adalah:

$$\int_a^b (f(x) - g(x)) dx$$

- A. $\int_0^8 2x dx - \int_0^8 (x + 4) dx$
- B. $\int_0^8 2x dx + \int_0^8 (x - 4) dx$
- C. $\int_0^8 \sqrt{2x} dx - \int_0^8 (x + 4) dx$
- D. $\int_0^8 (\sqrt{2x} - x + 4) dx$

X. $\int_0^4 \sqrt{2x} dx + \int_4^8 (\sqrt{2x} - x + 4) dx$



Cara Biasa: (Aplikasi Integral (Luas Daerah))

Luas daerah di samping bisa dinihitung dengan cara sebagai berikut:

$$L = \int_0^4 \sqrt{2x} dx + \int_4^8 (\sqrt{2x}) - (x - 4) dx$$

$$= \int_0^4 \sqrt{2x} dx + \int_4^8 (\sqrt{2x} - x + 4) dx$$

atau kalau nggak ada jawaban itu maka

$$= \int_0^4 \sqrt{2x} dx + \int_4^8 \sqrt{2x} dx + \int_4^8 (-x + 4) dx$$

$$= \int_0^8 \sqrt{2x} dx - \int_4^8 (x - 4) dx$$

- LOGIKA PRAKTIS:** 36. Dua dadu dilempar undi bersama satu kali. Peluang muncul jumlah kedua mata dadu 4 atau 7 adalah

- A. $\frac{5}{36}$
 B. $\frac{6}{36}$
 C. $\frac{7}{36}$
 D. $\frac{8}{36}$
 X E. $\frac{9}{36}$

Cara Biasa: (Peluang Kejadian)

1	2	3	4	5	6
1, 1	1, 2	1, 3	1, 4	1, 5	1, 6
2, 1	2, 2	2, 3	2, 4	2, 5	2, 6
3, 1	3, 2	3, 3	3, 4	3, 5	3, 6
4, 1	4, 2	4, 3	4, 4	4, 5	4, 6
5, 1	5, 2	5, 3	5, 4	5, 5	5, 6
6, 1	6, 2	6, 3	6, 4	6, 5	6, 6

S = kejadian melempar dua mata dadu = $\{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), \dots, (6,6)\}$
 A = kejadian muncul mata dadu 4 = $\{(1,3), (2,2), (3,1)\}$
 B = kejadian muncul mata dadu 7 = $\{(1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1)\}$
 Diperoleh $n(S) = 36$; $n(A) = 3$; $n(B) = 6$

Jadi,

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{36} + \frac{6}{36} = \frac{9}{36}$$

TRIK SUPERKILAT: (Peluang Kejadian)

Menghafal banyak kejadian jumlah angka pada pelemparan dua mata dadu.

Jumlah angka pada dua dadu	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Banyaknya kejadian	1	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1

- LOGIKA PRAKTIS:** 37. Pada suatu tes penerimaan pegawai, seorang pelamar wajib mengerjakan 6 soal diantara 14 soal. Soal nomor 1 sampai 3 harus dikerjakan. Banyak pilihan soal yang dapat dilakukan adalah

- A. 2.002 cara
 B. 990 cara
 C. 336 cara
 X D. 165 cara
 E. 120 cara

TRIK SUPERKILAT: (Kaidah Pencacahan (Kombinasi))

Dari 6 soal, yang sudah pasti dikerjakan ada 3 soal, berarti yang belum pasti ada 3 soal lagi.
 Dari 14 soal yang sudah pasti dikerjakan ada 3 soal, berarti 11 soal lagi yang bisa dipilih.
 Jadi, banyak pilihan soal adalah memilih 3 soal lagi, dari 11 soal yang masih tersedia.

$$n = {}_{11}C_3 = \frac{3 \text{ angka terakhir dari } 11}{3 \text{ angka pertama}} = \frac{11 \cdot 10 \cdot 9}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 11 \times 15 = 165 \text{ cara}$$

- LOGIKA PRAKTIS:** 38. Kuartil atas dari data pada tabel berikut adalah

- X A. 49,25
 B. 48,75
 C. 48,25
 D. 47,75
 E. 47,25

Kelas ke	Data	Frekuensi	$f_k \leq$
1	20 – 25	4	4
2	26 – 31	6	10
3	32 – 37	6	16
4	38 – 43	10	26
5	44 – 49	12	38
6	50 – 55	8	46
7	56 – 61	4	50
	Jumlah	50	

Cara Biasa: (Statistika (Ukuran Letak))

Kuartil atas artinya Q_3 .

Jumlah data $n = 50$, diperoleh $\frac{3}{4}n = 37,5$.

Q_3 terletak pada data ke-10, yaitu di kelas ke-5.

Jadi, letak kelas Q_3 pada kelas interval 44 – 49

Nilai tepi bawah kelas Q_3 adalah 43,5,

Panjang kelas interval Q_3 adalah 6.

Frekuensi kelas interval Q_3 adalah 12.

Frekuensi kumulatif kurang dari 34,5 adalah 26.

$$\begin{aligned} Q_3 &= T_b + \left(\frac{\frac{3}{4}n - f_k}{f_{Q_3}} \right) \cdot p \\ &= 43,5 + \left(\frac{37,5 - 26}{12} \right) \cdot 6 \\ &= 43,5 + \frac{11,5}{2} \\ &= 43,5 + 5,75 \\ &= 49,25 \end{aligned}$$



39. Perhatikan histogram berikut!

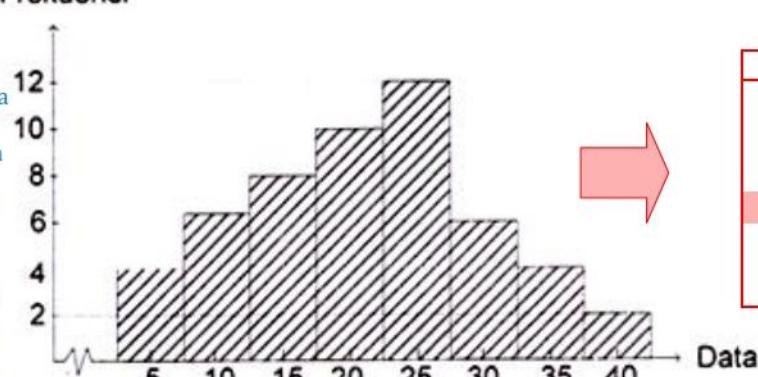
LOGIKA PRAKTIS: Frekuensi

Perhatikan histogram memiliki nilai tengah sebagai komponen pada sumbu X. Sehingga untuk mempermudah pengerjaan soal ukuran pemusatan, maka kita harus mengubah dulu histogram menjadi tabel distribusi frekuensi dengan cara:

- Tentukan panjang kelas interval dari selisih nilai tengah setiap kelas. Diperoleh panjang kelas adalah 5.
- Tentukan tepi-tepi setiap kelas interval dengan mengurangi dan menjumlah setengah interval.

Modus dari data pada histogram adalah

- A. 23,25
X B. 23,75
 C. 24,00
 D. 25,75
 E. 26,25



Data	frekuensi	Keterangan
3 - 7	4	
8 - 12	6	
13 - 17	8	
18 - 22	10	
23 - 27	12	$d_1 = 12 - 10 = 2$
28 - 32	6	$d_2 = 12 - 6 = 6$
33 - 37	4	
38 - 42	2	

Cara Biasa: (Statistika (Ukuran Pemusatan))

$$\begin{aligned} Mo &= T_b + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2} \right) \cdot p \\ &= 22,5 + \left(\frac{2}{2+6} \right) \cdot 5 \\ &= 22,5 + \frac{10}{8} \\ &= 22,5 + 1,25 \\ &= 23,75 \end{aligned}$$

40. Joni mempunyai koleksi 3 pasang sepatu dengan merk yang berbeda, 4 baju berlainan coraknya, dan 3 celana yang berbeda warna. Banyak cara berpakaian Joni dengan penampilan yang berbeda adalah

- X A. 36
 B. 24
 C. 21
 D. 12
 E. 10

TRIK SUPERKILAT: (Kaidah Pencacahan (Aturan Perkalian))

Banyak cara berpakaian Joni dengan penampilan berbeda adalah hasil perkalian dari banyak pasang sepatu, banyaknya baju berlainan corak dan banyaknya celana yang berbeda warna, yaitu:

$$n = 3 \times 4 \times 3 = 36 \text{ cara}$$

LOGIKA PRAKTIS:
 Kita perlu memahami makna dari kalimat berikut:
 "banyak cara berpakaian Joni dengan penampilan yang berbeda"
 Artinya adalah berapa banyak pakaian berbeda yang dipakai Joni dengan cara menyusun sepatu, baju, dan celana Joni tersebut. Perhatikan, Joni memiliki

- 3 pasang sepatu
- 4 baju
- 3 celana

Gunakan aturan perkalian untuk menyelesaikan soal ini!

Pembahasan Soal UN Matematika SMA 2014 Paket 1 ini ditulis oleh Pak Anang.

Silahkan kunjungi <http://pak-anang.blogspot.com> untuk pembahasan soal UN 2014 yang lain.



KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN
UJIAN NASIONAL
TAHUN PELAJARAN 2013 / 2014

LEMBAR JAWABAN UJIAN NASIONAL

Contoh cara menghitamkan

B C D E BENAR A B C E Salah
 A B C D E Salah A B C E Salah

NAMA P

JAWABAN

- | | | | | |
|--------------|-------------|-------------|-------------|---------------|
| 1. A B C D E | 11. A B C E | 21. A B D E | 31. A B C E | 41. A B C D E |
| 2. A B C D | 12. A B D E | 22. A B C D | 32. A B C E | 42. A B C D E |
| 3. A B C E | 13. A B D E | 23. A B D E | 33. A C D E | 43. A B C D E |
| 4. A B D E | 14. A B D E | 24. A B C E | 34. A C D E | 44. A B C D E |
| 5. B C D E | 15. A C D E | 25. A B D E | 35. A B C D | 45. A B C D E |
| 6. A B D E | 16. B C D E | 26. A C D E | 36. A B C D | 46. A B C D E |
| 7. B C D E | 17. B C D E | 27. A B C D | 37. A B C E | 47. A B C D E |
| 8. A B C E | 18. B C D E | 28. A B C E | 38. B C D E | 48. A B C D E |
| 9. A B C E | 19. A B D E | 29. A B C E | 39. A C D E | 49. A B C D E |
| 10. A C D E | 20. A B D E | 30. A B C D | 40. B C D E | 50. A B C D E |

LJUN ini hanya boleh digunakan untuk mengerjakan naskah soal yang menjadi pasangannya.

Berdoalah sebelum mengerjakan soal.
Kerjakanlah dengan jujur, karena kejujuran adalah cermin kepribadian.